

# Az egy főre jutó GDP lehetséges pályái – szimuláció egy demográfiai alapú növekedési modellel\*

Berde Éva – Kuncz Izabella

*Cikkünk elején felhívjuk a figyelmet a demográfiai alapú növekedési modellek fontosságára, kiemelve az együtt élő nemzedékek gondolatrendszerét. Saját modellünk egyenleteit Lee – Mason (2010) alapján definiáljuk, több ponton módosítva az eredeti feltételrendszert. Az exogén termékenységi és túlélési rátákat különböző demográfiai scenáriókhoz igazodva adjuk meg, majd ezeket felhasználva meghatározzuk az egy főre jutó GDP szimulációs pályáit. Eredményeinket óvatosan kell kezelni, mert egyszerű struktúrájú modellünk számos, a növekedést potenciálisan befolyásoló tényezőt figyelmen kívül hagy. Kizárólag a termékenységi és a halálzási ráta változásainak hatását figyelve szimulációs eredményeink azt sugallják, hogy a termékenységi ráta csökkenése – akár valamivel a reprodukciós ráta értéke alá, akár viszonylag magas túlélési ráta mellett is – növelheti az egy főre jutó GDP-értékeket, szélsőségesen alacsony szintre csökkenő termékenységi ráta és magasra felkúszó túlélési ráta esetén azonban már gazdasági visszaesés várható.*

**Journal of Economic Literature (JEL) kódok:** E23, J11, O40

**Kulcsszavak:** együtt élő nemzedékek modellje, termékenységi ráta, túlélési ráta, szimulációs pálya, egy főre jutó GDP

## 1. Bevezetés

A gazdasági növekedés szabályosságainak feltárása és a lehetséges jövőbeli pályák előrejelzése azóta izgatja a közgazdászokat, amióta egyáltalán kialakult a közgazdasági gondolkodás<sup>1</sup>. Ennek ellenére a népesség számának és struktúrájának fontosságát

---

\* Jelen cikk a szerző nézeteit tartalmazza, és nem feltétlenül tükrözi a Magyar Nemzeti Bank hivatalos álláspontját.

Berde Éva a Budapesti Corvinus Egyetem egyetemi tanára. E-mail: [eva.berde@uni-corvinus.hu](mailto:eva.berde@uni-corvinus.hu)  
Kuncz Izabella a Budapesti Corvinus Egyetem egyetemi tanársegéde. E-mail: [izabella.kuncz@uni-corvinus.hu](mailto:izabella.kuncz@uni-corvinus.hu)

A kutatást a Pallas Athéné Domus Animae Alapítvány finanszírozta. A cikkben közölték kizárólag a szerzők véleményét tükrözik.

A magyar nyelvű kézirat 2017. június 26-án érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <http://doi.org/10.25201/HSZ.16.4.3657>

<sup>1</sup> Az első egyértelműen idézhető ilyen jellegű törekvések a klasszikus közgazdasági iskola képviselőinél jelentek meg. *Smith* (1776) -os munkája például nemcsak a munkamegosztás előnyeit ismertette, hanem kitért arra is, hogy a munkamegosztás segítségével elérhető termelékenység-növekedés fokozza a gazdasági jólétet, és lehetővé teszi a gazdaság jövőbeli fejlődését is.

csak jóval később kezdték figyelembe venni a növekedési modellekben<sup>2</sup>. Az 1980-as évtized második felétől kezdve, ahogy az emberiség belépett a demográfiai átmenet negyedik fázisába, olyannyira fontossá vált a gazdasági folyamatok demográfiai meghatározottsága, hogy a demográfiai változókat többé már nem lehet kihagyni a növekedési modellekből.

A demográfiai átmenet<sup>3</sup> negyedik fázisában a világ szinte valamennyi fejlett országában folyamatosan csökken a halálozási ráta, illetve ezzel párhuzamosan a termékenységi ráta (a továbbiakban az angol elnevezés – Total Fertility Rate – rövidítésével, TFR) még a korábbiakhoz képest is alacsonyabb értékeket vesz fel. A termékenységi ráta több esetben a reprodukciós szint alá süllyedt, ami komoly jövőbeli problémákat vetít előre. Az idősödő népesség szükségleteinek fedezése, és egyáltalán, a gazdaság működőképességének fenntartása ilyen körülmények között jelentős akadályokba ütközhet. A fejlettebb régiók termékenységi rátáinak csökkenésével egyidőben ugyan egyes fejletlenebb területeken továbbra is a nagy ütemű nettó népességnövekedés jellemző, melynek oka a magas – bár általában azért a korábbiaknál alacsonyabb – termékenységi ráta mellett a halálozási ráta csökkenése. Ezekben az országokban is várható a termékenységi ráta jövőbeli csökkenése és a halálozási ráta további mérséklődése, így valószínű, hogy ideiglenesen meg fog nőni a munkaképes korú népesség aránya. Ezek a tendenciák gazdasági hajtóerőt adhatnak a szóban forgó országoknak, és érvényesülhet az ún. első demográfiai osztalék<sup>4</sup> (lásd pl. *Bloom et al. 2003, Mason 2005*) jótékony hatása. Végeredményben akár az egyes országok gazdasági súlyának rangsora is megváltozhat.

A növekedési modellek közül a változó demográfiai tendenciákat a leginkább az ún. együtt élő nemzedékek modellje (angol kifejezéssel overlapping generations, továbbiakban OLG) tudja megragadni. Az OLG-modelleket megalapozó *Diamond*-nál (1965) még exogén a születésszám változása, de már két népességi korcsoportot különböztet meg. Ezt az összefüggésrendszert *Auerbach – Kotlikoff* (1987) bővítette ki további korosztályokkal, majd a modellezési eszközöket *Barro és Becker* (1989) tökéletesítette tovább. A Barro – Becker-cikk a születésszámot is endogén módon kezeli, így a termékenységi rátát egyrészt a modellbeli folyamatok eredményeként számszerűsítik, másrészt pedig maga is hatással van a modell változóinak alakulására.

<sup>2</sup> *Malthus* (1798) ugyan kifejezetten a túlzott népességnövekedés negatív hatásaira koncentrált, de ezt a kérdéskört nem kapcsolta össze azzal, hogy a termelékenység is nőhet. A modernkori növekedési modellekben a demográfiai tényezők figyelembe vétele *Solow*-val (1956) kezdődött. A növekedési modellek demográfiai megközelítésének történeti sorrendjét a függelék A1. táblázatában foglaljuk össze.

<sup>3</sup> A demográfiai átmenetről lásd például *Van de Kaa* (2010), *Frejka* (2016).

<sup>4</sup> Az első demográfiai osztalék azt mutatja meg, hogy a munkavállalók súlyozott létszámának növekedési üteme milyen értékkel tér el egy szintén súlyozott fogyasztói létszám növekedési ütemétől. Pozitívan járul hozzá a gazdasági növekedéshez, ha az úgynevezett effektív munkások száma jobban növekszik (kevésbé csökken), mint az effektív fogyasztók száma.

Cikkünkben mi is az együtt élő nemzedékek egy modellje segítségével vonunk le következtetéseket a gazdasági növekedés lehetséges pályáira vonatkozóan. Az általunk használt alapmodell, *Lee – Mason (2010)* a szokásos OLG-modellekhez képest sajátos megközelítéssel rendelkezik. Alapja ugyan a Diamond-féle gondolat, több nemzedék egymás mellett élése, illetve a neoklasszikus növekedési modellkeret, ahol a termékenységi és halálozási ráta függvényében szimulálják a gazdasági növekedést. Egyszerűsítés a Diamond-modellhez képest, hogy nem tartalmaz fogyasztói optimalizációt, bővítés, illetve az újszerű vonás pedig az, hogy a humán tőke bővülése is a modell magyarázó változói közt szerepel. Központi gondolata a Becker-féle mennyiségi – minőségi cserén alapul (*Becker 1960, Becker – Lewis 1973, Willis 1973, Barro – Becker 1989, Becker et al. 1990, Galor – Weil 1999*), miszerint kevesebb gyerek esetén a szülők többet költenek rájuk, azaz nagyobb mennyiségű humán tőkét biztosítanak a részükre. Ennek eredményeként pedig a gyerekek felnőtté válásakor növekszik termelékenységük, így a kisebb termékenységi ráta hatása ellensúlyozható. Cikkünkben megmutatjuk, hogy a termékenységi ráta lecsökkenhet olyan kritikus szintre is, ahol nemhogy a növekedés lehetősége kerül veszélybe, hanem a társadalom már az egy főre eső GDP korábbi szintjét se képes fenntartani. Tanulmányunk felépítése a következő: a bevezetés után, a második részben leírjuk, hogy mit jelent a beckeri mennyiségi–minőségi csere, és erre vonatkozóan milyen elméletek léteznek. A harmadik részben ismertetjük saját modellünket, és megmutatjuk, hogy az általunk felépített összefüggérendszer milyen meggondolások alapján és mennyiben különbözik *Lee – Mason (2010)*-től. A negyedik részben mesterségesen konstruált exogén termékenységi és halálozási rátákat használunk, és az előző rész modelljét alkalmazva egy főre jutó GDP pályákat szimulálunk. Leírjuk, hogy az exogén termékenységi és halálozási ráták milyen demográfiai tendenciákat fejeznek ki, és miért fontos odafigyelni arra, hogy ezek a tendenciák milyen hatással lehetnek a gazdasági növekedésre. Az összegzést tanulmányunk ötödik része tartalmazza. Végül a függelékben táblázatos formában összefoglaljuk a demográfiát is használó növekedési modellek történeti fejlődését, valamint táblázatban mutatjuk be modellünk paramétereinek értékeit.

## 2. A Becker-féle mennyiség és minőség közti csere

A beckeri mennyiségi–minőségi csere alapgondolatát a szakirodalom *Becker (1960)*-tól származtatja. A mennyiségi–minőségi csere tömören összefoglalva azt jelenti, hogy ha egy családban sok utód nevelkedik, akkor mind időben, mind pénzben kevesebbet költenek egyre, kevesebb utód esetén viszont lényegesen megnőnek a gyerekenkénti ráfordítások. A mennyiségi–minőségi cserét hasonló megközelítésből tárgyalja *Becker – Lewis (1973), Willis (1973)* valamint *Galor – Weil (1999)*. A téma pillanatnyilag is rendkívül népszerű, különös tekintettel a termékenységi ráta globális méretű csökkenésére. *Lee – Mason (2010)* pl. statisztikai elemzés segíté-

gével bizonyítja, hogy az NTA<sup>5</sup> adatbázisában szereplő országok körében a kevesebb testvérrel rendelkező gyerekek több humántőke-beruházást kapnak szüleiktől, és ily módon felnőttként hatékonyabban tudnak dolgozni, mint a nagyobb családban nevelkedő kortársaik. A termékenységi ráta csökkenése és a humántőke-beruházás növekedése közti kapcsolat adhat magyarázatot arra, hogy a termelési értékek akkor is növekedhetnek, amikor csökken a munkaképes korú népesség részaránya. *Rou-di-Fahimi – Kent (2007)* jól összefoglalja, hogy ezzel a gondolatkörrel kapcsolatosan milyen tanulmányok születtek.

Még az ok-okozati összefüggéseket komplex megközelítésben kezelő, ún. szintéziselmélet is, amely pedig nem támogatja a Becker-féle mennyiségi–minőségi csere fogalmát (pl. *Adelman 1963, Freedman 1963, Silver 1965, Freedman – Coombs 1966a, Freedman – Coombs 1966b és Easterlin 1973*), elfogadja, hogy a termékenységi ráta csökkenése és a növekvő humántőke-beruházás történelmileg azonos időszakban valósulnak meg. A szintéziselméleten kívüli, de a beckeri gondolatoktól elhatárolódó számos más irányzat több tényezővel magyarázza a termékenységi ráta csökkenését. Ilyen pl. a női foglalkoztatás növekedése, a gazdasági válságidőszakok, az emberek kényelemszeretete, a kortársak véleménye stb. (lásd pl. *Kaplan 1994, Black et al. 2005, Ellis 2008, Luci – Thevenon 2010, Sobotka et al. 2011, Colleran et al. 2015, Dang – Rogers 2016*). A nagy vitákat kiváltó *Lawson – Borgerhoff Mulder (2016)* tanulmány pedig a látszólagos tények ellenére egyértelműen tagadja a humántőke-beruházás és a termékenységi ráta alakulása közti ok-okozati összefüggést. Azzal azonban ez a szerzőpáros is egyetért, hogy a 19. század közepétől kezdve csökkent a termékenység, és nőtt a gyerekekbe fektetett humán tőke, *Guo – Zhang (2017)* pedig részint *Lawson – Borgerhoff Mulder (2016)* cikkére reagálva megmutatja, hogy a tények téves interpretálása eredményezi azt, hogy egyes szerzők kételkednek a mennyiség–minőség közti csere elméletében.

A beckeri gondolatok vonatkozásában kivételt jelenthetne az, hogy a fejlett közösségi szektorral rendelkező országokban a testvérek számától függetlenül is valamennyi gyerek hozzájut az alapvető iskolai és egészségügyi ellátáshoz. *Vargha – Donehower (2016)* azonban megbecsülte az ún. láthatatlan transzferek<sup>6</sup> – a szülők által a gyerekeknek közvetlenül juttatott gondoskodás és odafigyelés – értékét. A szerzőpáros bebizonyította, hogy a kevesebb testvér társaságában felnövő gyerekek a fejlett közösségi ellátással rendelkező országokban – elsősorban a láthatatlan transzfereknek köszönhetően – jóval több gondoskodást kapnak, mint a nagy családokban élő kortársaik.

Cikkünkben mi is a gyerekek száma és a humántőke-beruházás közti negatív kapcsolatra építjük modellünket, vagyis elfogadjuk a beckeri gondolatokból származó

<sup>5</sup> NTA: National Transfer Accounts. Az adatok megtalálhatóak a <http://www.ntaccounts.org/> weblapon (utoljára letöltve 2017. szeptember 20-án).

<sup>6</sup> Magukról a láthatatlan transzferekről lásd részletesebben *Gál et al. (2016)*-ot.

ok-okozati összefüggés elvét. Azt vizsgáljuk, hogy mi lenne, ha *ceteris paribus* ez az összefüggés határozná meg egy gazdaság termelékenységét. A materiális tőke és az összes többi tényező hatását csak közvetett módon, a humán tőkén keresztül számszerűsítjük, de utalunk rá, hogy esetenként a materiális tőke bővülése a fejlődés motorja. A humán tőke *ceteris paribus* szerepét vizsgáló megközelítésmód egyre gyakoribb a szakirodalomban, tekintettel az első demográfiai osztalék kifulladására, és a második demográfiai osztalék egyre hangsúlyosabb szerepére<sup>7</sup> (Bloom *et al.* 2003, Mason 2005, Mason *et al.* 2016 stb.).

### 3. Modellünk

#### 3.1. Lee – Mason (2010) és a mi modellünk közti különbségek

Együtt élő nemzedékek modellünk, akárcsak Lee – Mason (2010) erősen stilizált. Alapvető célunk az, hogy meghatározzuk a lakosság koreloszlásának és (közvetve a létszámának) a hatását az egy főre jutó termelésben. A stilizáltság ellenére fontosnak tartjuk azonban, hogy a modell annyira valósághű legyen, amennyire ez csak lehetséges.

Ilyen szempontból a négy együtt élő generáció figyelembe vétele Lee – Mason (2010) három generációja helyett lényegesen elősegíti a tényekhez való jobb igazodást. Három együtt élő generáció mellett a 3. időszak végéig élő egyének életüknek mindössze harmadát töltik munkában, és életük kétharmadában a többiek által biztosított transferekből élnek. Három generáció esetén a tényleges TFR mellett bármely periódusban irreálisan sok a gyerek. Amennyiben azt feltételezzük, hogy  $N_t^{working}$  a dolgozók száma és  $F_t$  a termékenységi ráta (egy emberre és nem egy nőre vonatkozóan, mint ahogy az ilyen típusú modellekben megszokott), akkor összesen  $F_t N_t^{working}$  gyerek születik, és még 1-nél alig nagyobb  $F_t$  (2-nél nagyobb TFR) esetén is aránytalanul magas lesz az 1. generáció részaránya. Négygenerációs esetben a negyedik időszak végéig élő egyének életük felét töltik munkában, és ha a két munkás generáció összlétszáma  $N_t^{working}$ , valamint  $F_t$  a termékenységi ráta, akkor feltéve, hogy a két dolgozó generáció hozzávetőlegesen azonos létszámú<sup>8</sup>, csak  $F_t 0,5 N_t^{working}$  gyerek születik. A gyerekek társadalmon belüli aránya így már sokkal realisztikusabb, és az is jobban megfelel a valóságnak, hogy az egyének legalább életük felét – és nem csak a harmadát – a munkaerőpiacon töltik. Akik pedig a 3. időszak után meghalnak, azok életük kétharmadában dolgoznak.

A fentiek következtében modellünkben nem egy, hanem két dolgozó generáció él egymással párhuzamosan: ők a modell második és harmadik generációja. A második

<sup>7</sup> Az első demográfiai osztalék rövid leírását lásd a 4. lábjegyzetben. A második demográfiai osztalék a magasabb humántőke-, és a hozzá kapcsolódó fizikai tőke-beruházásokból fakadó gazdasági növekedésre utal.

<sup>8</sup> A két dolgozó korosztály nagyjából azonos létszáma csak stilizált és pillanatnyi egyszerűsítés, célja, hogy a nagyságrendeket mutassa.

és a harmadik generáció hasonlít egymásra, de gyerekeket csak a második generáció tud világra hozni. Emellett a harmadik generáció jövedelme valamivel magasabb, mint a második generációé. Modellünkben nem teszünk különbséget aközött, hogy a gyerekeknek (1. generáció) és az öregeknek (más elnevezéssel nyugdíjasoknak, azaz modellünk 4. generációjának) családon belül, vagy újraelosztás révén juttatják a transzfert, illetve a természetbeni javakat. A juttatások összességében fedezik a gyerekek és a nyugdíjasok fogyasztását, illetve biztosítják a gyerekeknek nyújtott humántőke-beruházást. Ezeket a juttatásokat egységesen transzfernek nevezzük.

Némileg leegyszerűsítve a valóság bonyolult összefüggéseit, feltesszük, hogy modellünkben mindkét dolgozó korosztály azonos elvek alapján osztja fel jövedelmét a gyerekek transzfere, saját fogyasztása és az idősek fogyasztása közt. Ily módon egyrészt a gyerekek ellátásában<sup>9</sup> mind a két dolgozó korosztály részt vesz, másrészt az öregeknek semmifajta tartalékuk nincs, teljesen a 2. és 3. korosztálytól származó transzfer biztosítja megélhetésüket.

A nem dolgozó korosztályok, azaz a gyerekek és az idősek, a mi modellünkben bizonyos modellbeli tényezőktől függő, változó alsó és felső korlátok közt kaphatnak transzfereket a dolgozóktól. A korlátok lehetővé teszik, hogy a nem dolgozók szűkös időkből is legalább minimális juttatásban részesüljenek. Emellett a korlátok azt is biztosítják, hogy akkor se kelljen a dolgozóknak erejükön felül sokat költeniük a nem dolgozókra, ha a nem dolgozók létszáma relatíve nagy. Az a modellbeli szabályrendszer, ami meghatározza a két dolgozó korosztály jövedelmének elköltési módját, egyben ahhoz is hozzájárul, hogy ne csak az egyes lakossági korosztályok létszámának aránya, hanem indirekt módon a teljes létszáma határozza meg a szimulációs eredményeket, a transzferekből humántőke-beruházásra költött összeg pedig a következő periódus fiatal, és az utána következő periódus idősebb munkásainak termelékenységét befolyásolja.

Lee és Mason modelljükben a humán tőke termékenységi rugalmasságát – mint a beckeri mennyiségi–minőségi csere megtestesítőjét ugyan tényleges statisztikai adatok és ökonometria egyenlet segítségével számszerűsítik, de a rugalmasság értéke konstans negatív előjelű szám. Mi a rugalmasság értéket nem tekintettük állandónak, hanem a termékenységi rátától tettük függővé. A számítások részleteit a 3.3 alfejezetben mutatjuk be.

<sup>9</sup> A modell szerint mindkét dolgozó korosztály finanszírozza a gyerekek fogyasztását és humán tőkéjét, de nem feltétlen közvetlen adják át a transzfert. A modellbeli elosztást inkább úgy kell értelmezni, mint amikor egy központi újraelosztás révén kerül a gyerekekhez az összeg.

### 3.2. Modellegyenletek

Ahogy az előző részben írtuk, a modellbeli gazdaság négy együtt élő generációt<sup>10</sup> tartalmaz: gyermekeket ( $N_t^1$ ), fiatal dolgozókat ( $N_t^2$ ), idősebb dolgozókat ( $N_t^3$ ) és nyugdíjasokat ( $N_t^4$ ). A fiatal dolgozó generáció minden tagjának átlagosan  $F_t$  gyermeke születik a  $t$ . periódusban. A következő periódusban a gyermekek fiatal dolgozóként gazdaságilag aktívak lesznek, a fiatal dolgozók pedig idősebb dolgozókká válnak. Végül ez utóbbiak  $s_t$  hányada éli meg a nyugdíjas kort, a többiek a 3. időszak legvégén meghalnak. A modell demográfiai átmeneteit az alábbi egyenletek jellemzik:

$$N_t^1 = F_t \cdot N_t^2 \quad (1a)$$

$$N_t^2 = N_{t-1}^1 \quad (1b)$$

$$N_t^3 = N_{t-1}^2 \quad (1c)$$

$$N_t^4 = s_t \cdot N_{t-1}^3 \quad (1d)$$

A teljes népesség létszáma a  $t$ . periódusban:  $N_t = N_t^1 + N_t^2 + N_t^3 + N_t^4$ .

Modellünkben – mint ahogy korábban is jeleztük –  $F_t$  az egy személyre, és nem az egy nőre vonatkozó termékenységi rátát jelöli a  $t$ . periódusban. Emiatt – stilizáltan a férfiak és nők egyenlő számát feltételezve – szimulációnkban a ténylegesen elképzelhető TFR érték felét használtuk. Modellünkben a 3. időszak végéig senki nem hal meg, a 3. periódust túlélők pedig csak a 4. periódus végén halnak meg, de akkor biztosan. Ezért  $s_t$  modellünkben a 3. periódus statisztikailag mérhető túlélési rátájának a fele. A modellben  $F_t$  és  $s_t$  alakulása kulcsfontosságú. A két exogén arányszám együttesen határozza meg a népesség időszakonkénti számát és struktúráját.

Jövedelemtermelő tevékenységet csak a két dolgozó korosztály végez, amelyik munkája után bért kap. A fiatal dolgozók bére ( $W_t^2$ ), az általuk birtokolt humán tőke ( $H_t$ ) szintjétől függ, amit az előző periódusban halmoztak fel:

$$W_t^2 = g(H_t), \quad (2a)$$

ahol  $g'(H_t) > 0$  és  $g''(H_t) < 0$ . Az idősebb dolgozók bére arányosan nagyobb a fiatal dolgozók bérénel, ezt jelzi a  $\varphi$  paraméter, melynek számításaink során használt értékét a függelék A2. táblázata tartalmazza.

$$W_t^3 = f(W_t^2) = \varphi \cdot W_t^2, \quad (2b)$$

ahol  $\varphi > 1$ .

A gyermekek humántőke-beruházásáról a két dolgozó korosztály gondoskodik, jövedelmének  $h_t$  hányadát fordítva erre a célra. A  $t$ . periódusban munkaképessé váló

<sup>10</sup> Az  $i=1,2,3,4$  generáció  $t$ . időszaki számát  $N_t^i$ -vel jelöljük.



fiatal dolgozó humántőke-mennyiségét a (3) egyenlet mutatja. A (3) egyenlet a Lee – Mason (2010)-ben használt feltételezésnek megfelelően arra épít, hogy mindenki gyermekkorban kapja meg a humántőke-beruházást, és ez fogja termelékenységét meghatározni, amikor dolgozóvá válik:

$$H_t = h(F_{t-1}) \cdot (W_{t-1}^2 + W_{t-1}^3). \quad (3)$$

Mivel csak a két dolgozó korosztály rendelkezik jövedelemmel, ők finanszírozzák a saját fogyasztásuk mellett a két eltartott generáció fogyasztását, illetve a gyermekek humántőke-beruházását is. Ennek megfelelően a költségvetési korlát:

$$W_t^2 \cdot N_t^2 + W_t^3 \cdot N_t^3 \geq C_t^1 \cdot N_t^1 + C_t^2 \cdot N_t^2 + C_t^3 \cdot N_t^3 + C_t^4 \cdot N_t^4 + H_{t+1} \cdot N_t^1. \quad (4)$$

A jövedelemből finanszírozott humántőke-beruházás mértéke a korábban leírtaknak megfelelően a termékenységi rátától függ, méghozzá a következő összefüggés alapján:

$$H_t = \alpha \cdot F_{t-1}^{\beta_{t-1}} \cdot (W_{t-1}^2 + W_{t-1}^3), \quad (5)$$

ahol  $\alpha > 0$  a humán tőke beruházási rátája egységnyi  $F$  érték (reprodukciós ráta) mellett.  $\beta_{t-1}$  a humántőke-beruházás  $F_{t-1}$  szerinti rugalmassága, amire később termékenységi rugalmasságként hivatkozunk. Ez az az érték, melyet Lee – Mason (2010) átlagos nagyságban rögzített, mi pedig a termékenységi rátától tettük függővé. A  $\beta_{t-1}$  becslését a 3.3. fejezetben mutatjuk be.

A két dolgozó korosztály bére

$$W_t^2 = \gamma \cdot H_t^\delta = \gamma \cdot (\alpha \cdot F_{t-1}^{\beta_{t-1}} \cdot (W_{t-1}^2 + W_{t-1}^3))^\delta, \quad (6a)$$

ahol  $0 < \delta < 1$ ,  $\gamma > 0$  és behelyettesítve a (6a) egyenletet a (2b)-be

$$W_t^3 = \varphi \cdot \gamma \cdot (\alpha \cdot F_{t-1}^{\beta_{t-1}} \cdot (W_{t-1}^2 + W_{t-1}^3))^\delta. \quad (6b)$$

Külön felhívjuk a figyelmet a (6b) képlet  $\gamma$  paraméterére, amely értékét jelenlegi modellszámításaink során Lee – Mason (2010)-hez hasonlóan 1-ben rögzítettük (lásd a függelék A2. táblázatát). Amennyiben  $\gamma$  értéke 1-nél nagyobb, akkor ez egyfajta növekedési faktort jelent a modellben. Ez a növekedési faktor kifejezheti akár a humán tőke, akár a fizikai tőke hatékonyságának bővülését. Mivel pillanatnyilag az a célunk, hogy a termékenységi és halálózási ráta párosának ceteris paribus lehetséges változásait kövessük nyomon, ezért a modellben egyetlen közvetlen hatékonyságnövelési lehetőséget használtunk ki: mégpedig a humántőke-beruházás termelési hatékonyságra kifejtett hatását. Meghagyjuk azonban annak a lehetőségét, hogy szimulációink jövőbeli újrafuttatásakor a  $\gamma$  paraméter 1-nél nagyobb értéket vegyen fel. Így a fizikai tőke hatékonyságának növekedése elkülönülten is modellezhető.



A (4) költségvetési összefüggés jelzi, hogy a különböző korosztályok csak egymás rovására költhetnek el több pénzt. Ezért modellünkbe olyan korlátokat kellett beépítenünk, melyek megakadályozzák, hogy a dolgozók által megtermelt jövedelmet az esetlegesen nagy létszámú 1. vagy 4. korosztály teljességgel felélje, és ne maradjon belőle azoknak, akik megtermelték a jövedelmet. Emellett hasonló jellegű korlátra volt szükség a fordított eset megakadályozására is, azaz biztosítanunk kellett, hogy ha egy időszakban sok 1. és sok 4. generációs személy van a modellben, akkor a két dolgozó korosztály legalább minimális transzfert juttasson a részükre. Az alábbi (7a) egyenlet az öregek, a (8a) pedig a gyerekek fogyasztását szorítja alsó és felső korlátok közé, a (7b) egyenletben definiált  $\Psi_t$ , a (8b)-ben meghatározott  $\mu_t$  és a (8c)-ben rögzített  $v_t$  segítségével<sup>11</sup>. A 4. korosztály fogyasztása:

$$C_t^4 = \Psi_t \cdot \left( W_t^2 \cdot \frac{N_t^2}{N_t^4} + W_t^3 \cdot \frac{N_t^3}{N_t^4} - H_{t+1} \cdot \frac{N_t^1}{N_t^4} \right), \quad (7a)$$

ahol

$$\Psi_t = \min \left( 0,25; \frac{N_t^4}{N_t}; 1,1 \cdot \frac{N_{t-1}^4}{N_{t-1}} \right). \quad (7b)$$

Az 1. korosztály fogyasztása:

$$C_t^1 = \mu_t \left( W_t^2 \cdot \frac{N_t^2}{N_t^1} - \alpha \cdot F_t^{\beta_1} \cdot W_t^2 \right) + v_t \left( W_t^3 \cdot \frac{N_t^3}{N_t^1} - \alpha \cdot F_t^{\beta_1} \cdot W_t^3 \right), \quad (8a)$$

ahol

$$\mu_t = \min \left( 0,25; \frac{N_t^1}{N_t}; 1,1 \cdot \frac{N_{t-1}^1}{N_{t-1}} \right) \quad (8b)$$

$$v_t = \min \left( 0,25; \frac{N_t^1}{N_t}; 1,1 \cdot \frac{N_{t-1}^1}{N_{t-1}} \right). \quad (8c)$$

Az 1. és 4. korosztálynak nyújtott transzferek kifizetése után megmaradt jövedelmet a fiatalabb és az idősebb dolgozók saját fogyasztásuk fedezésére fordítják:

$$C_t^2 = (1 - \mu_t - \Psi_t) \left( W_t^2 - \alpha \cdot F_t^{\beta_1} \cdot W_t^2 \cdot \frac{N_t^1}{N_t^2} \right) \quad (9a)$$

$$C_t^3 = (1 - v_t - \Psi_t) \left( W_t^3 - \alpha \cdot F_t^{\beta_1} \cdot W_t^3 \cdot \frac{N_t^1}{N_t^3} \right). \quad (9b)$$

<sup>11</sup> A  $\Psi_t$ ,  $\mu_t$  és  $v_t$  arányok segítségével építettük be a modellbe az említett kifizetési korlátokat. Amennyiben a négy generáció létszáma azonos, és a rendelkezésre álló (a humán tőke kifizetése után maradó) jövedelmet egyenlően osztjuk fel közöttük, akkor minden generáció a jövedelem 25 százalékában részesül. Egyébként a relatíve kisebb létszámú generációk esetén a fogyasztásukra költött hányad a népességen belüli arányuknak megfelelően változik, de az extrém növekedés elkerülése érdekében maximum 10 százalékkal emelkedhet egy periódus alatt.

Érdemes külön felírni a modellbeli egy főre eső GDP képletét – (10) egyenlet –, mely esetünkben az egy emberre jutó jövedelmet jelenti. Szimulációs pályáink ugyanis az egy főre jutó GDP alakulását határozzák meg

$$\frac{GDP_t}{N_t} = \frac{W_t^2 \cdot N_t^2 + W_t^3 \cdot N_t^3}{N_t} \quad (10)$$

Felhasználva a modell előbbi egyenleteit, a bérek dinamikája – a jövőbeli és a jelenlegi bér hányadosa – a következő összefüggéssel adható meg:

$$\frac{W_{t+1}^2}{W_t^2} = \frac{\gamma \cdot (\alpha \cdot F_t^{\beta} \cdot (W_t^2 + W_t^3))^{\delta}}{W_t^2} = \gamma \cdot (\alpha \cdot F_t^{\beta})^{\delta} \cdot \frac{(W_t^2 + \varphi \cdot W_t^2)^{\delta}}{W_t^2} = \gamma \cdot (\alpha \cdot F_t^{\beta})^{\delta} \cdot (1 + \varphi)^{\delta} \cdot W_t^{2\delta-1} \quad (11a)$$

$$\frac{W_{t+1}^3}{W_t^3} = \frac{\varphi \cdot W_{t+1}^2}{\varphi \cdot W_t^2} \quad (11b)$$

Állandósult állapoton a bérek változatlanságát értjük, mikor a fiatal munkavállalók bére

$$W_t^{2*} = \left( \frac{1}{\gamma \cdot \alpha^{\delta}} \right)^{\frac{1}{\delta-1}} \cdot F_t^{\frac{\beta\delta}{1-\delta}} \cdot \left( \frac{1}{(1+\varphi)^{\delta}} \right)^{\frac{1}{\delta-1}}, \quad (12a)$$

az időseké pedig, behelyettesítve a (12a) egyenletet a (2b)-be,

$$W_t^{3*} = \varphi \cdot \left( \frac{1}{\gamma \cdot \alpha^{\delta}} \right)^{\frac{1}{\delta-1}} \cdot F_t^{\frac{\beta\delta}{1-\delta}} \cdot \left( \frac{1}{(1+\varphi)^{\delta}} \right)^{\frac{1}{\delta-1}}. \quad (12b)$$

### 3.3. A humántőke-beruházás termékenységi rugalmasságának becslése

A 3.1. alfejezetben már írtunk arról, hogy Lee – Mason (2010) negatív, de konstans értékben határozta meg a humántőke-beruházás termékenységi ráta szerinti rugalmasságát. A szerzőpáros az NTA (2009) adatait használva szignifikáns és negatív kapcsolatot talált a termékenységi ráta és a humántőke-beruházás közt. Erre az összefüggésre azonban csak mint átlagosan megvalósuló kapcsolatra támaszkodtak, és az átlagos érték alapján számszerűsítették a humántőke-beruházás termékenységi ráta szerinti rugalmasságát.

Mi helyett a termékenységi ráta értékétől függő rugalmassággal dolgoztunk. A humántőke-beruházás nagyságát jól reprezentáló változóként az iskolákban töltött évek átlagos számát (ISCED 1 vagy magasabb szintű tanulmányok) használtuk, az UNESCO (2016) adatbázisból. A teljes termékenységi ráta értékét az UN (2015)-ből gyűjtöttük össze, és így végül 98 ország adata állt rendelkezésünkre<sup>12</sup>. Az országokat két csoportra osztottuk, az egyikbe a 2,1-es (reprodukciós ráta) TFR-érték feletti, a másikba az az alatti országok tartoztak. A két országcsoportra külön-külön a legkisebb

<sup>12</sup> Így lényegesen több ország adatát tudtuk felhasználni, mint a kizárólag az NTA (2009)-re támaszkodó Lee – Mason (2010).

négyszetek módszerével (OLS) regressziós becslést készítettünk. Abszolút értékben szignifikánsan nagyobb regressziós együtthatót kaptunk a magas termékenyséű országok esetében:  $\beta_t = -0,8348$ -et, míg  $\beta_t = -0,273$  volt az érték az alacsony termékenyséű országok csoportjában. Ezek után, lineáris kapcsolatot<sup>13</sup> feltételezve a  $\beta_t$  és az  $F_t$  termékenységi ráta közt,  $\beta_t$ -t az alábbi módon határoztuk meg:

$$\beta_t = -0,4072 - 0,761 \cdot \ln F_t. \quad (13)$$

A (13) egyenlet által meghatározott értékek jól illeszkedtek a 98 ország termékenységi rátája és humántőke-beruházása által reprezentált pontokhoz, és ezért ezt az összefüggést választottuk modellünkben a humántőke-beruházás termékenységi ráta szerinti rugalmasságának becslésére. Abban az esetben, ha  $F_t < 0,588$ ,  $\beta_t$  pozitív értékű lenne, ezáltal a (13) számú összefüggés ezen a tartományon nem felel meg annak az elméletnek, amelynek alapján számszerűsítettük. A statisztikai adatok közt ilyen alacsony termékenységi ráta azonban nem fordult elő, és ilyen kis  $F_t$  értékeket szimulációnk során se használunk. További kutatások szükségesek ahhoz, hogy a Becker-féle mennyiségi–minőségi csere relevanciáját 1,176-nál kisebb TFR-értékek vonatkozásában igazolják, vagy elvessék. Modellszámításaink során azonban ilyen kis termékenységi rátával egyszer se számoltunk.

#### 4. A termékenységi ráta, a túlélési ráta és a növekedés kapcsolata modellösszefüggéseink alapján

Modellünk egyszerű struktúrája lehetővé teszi, hogy olyan szimulációs vizsgálatokat végezzünk, melyek a többi tényezőtől elvonatkoztatva, pusztán csak a termékenységi ráta és a túlélési ráta változásának hatását vizsgálják a gazdasági növekedésre. Ezek a szimulációs számítások azt mutatják, hogy ha minden más tényező változatlan lenne, akkor a két szóban forgó demográfiai mutató párosa milyen hatással bírna az egy főre jutó GDP alakulására. Azaz modellünkben csak a népesség létszámát meghatározó<sup>14</sup> kategóriák változnak, minden más változatlan.

*Az egyszerű összefüggések feltételezésének megvannak a maguk előnyei és hátrányai is. Esetünkben a legfontosabb előnyök:*

- Megtudhatjuk, hogy ceteris paribus milyen hatásokat implicál a termékenységi ráta és a halálozási ráta együttes változása.
- Össze tudjuk vetni, hogy a termékenységi ráta és a halálozási ráta egymáshoz képest vett különböző pályái hogyan változtatják meg az egy főre jutó termelési értékeket.

<sup>13</sup> Feltettük, hogy a két országcsoporthoz tartozó átlagos termékenységi ráta és humántőke-beruházás (pontosabban annak logaritmus) által meghatározott pontok összeköthetők egy egyenes vonallal. Ennek az egyenesnek a matematikai felírása látható a (13) egyenletben.

<sup>14</sup> Modellünkben nincs migráció.

- Fel tudjuk hívni a figyelmet azokra az esetekre, amikor a demográfiai folyamatok várható alakulása veszélyes helyzetet idéz elő a gazdaságban.
- Amennyiben a demográfiai folyamatok, akár csak ideiglenesen, előnyösen befolyásolják a gazdasági növekedést, akkor az előrejelzés lehetővé teszi, hogy a pozitív tendenciákat minél hosszabb távon hasznosíthassa a gazdaság.

*Az egyszerű megközelítés hátrányai pedig a következők:*

- Számos olyan tényező is befolyásolhatja az egy főre jutó GDP-t, amely nem következik a termékenységi és a túlélési ráta alakulásából.
- Előrejelzéseink – tévesen – riadalmat kelthetnek abban az esetben, ha a demográfiai tényezők negatív hatása ellensúlyozható.
- Az esetlegesen pozitív előrejelzések tévesen utalhatnak arra, hogy semmit nem kell tennünk a gazdasági bővülés érdekében, mert a demográfiai hajtóerő ezt „magától is” elvégzi.

A továbbiakban bemutatjuk, hogy a különböző szimulált pályáinkon hogyan alakultak az egy főre jutó GDP-értékek. Szimulációnk során mind a termékenységi rátát ( $F$ ), mind a túlélési rátát ( $s$ ) exogén módon adtuk meg<sup>15</sup>.

Az  $F$  és  $s$  értékek exogén idősorait úgy határoztuk meg, hogy legyen olyan eset, amikor a magas termékenységi arány erősen lecsökken, majd amikor a nem túl magas termékenység nagyjából konstans szinten marad, illetve amikor az alacsony termékenység még tovább csökken. Ezzel párhuzamosan a túlélési ráta mindegyik esetben stagnál, vagy növekszik. Ily módon arra kerestük a választ, hogy a termékenységi ráta különböző elképzelhető pályái ceteris paribus hogyan befolyásolják az egy főre jutó GDP értékét, miközben a túlélési ráták nem csökkennek. Modellünkkel természetesen számos más termékenységi és halálozási idősor figyelembe vételével is készíthető szimuláció, mi elsősorban a termékenységi ráta különböző, egymáshoz képest ellentétesen alakuló képzeletbeli pályáira koncentráltunk, miközben feltettük, hogy a halálozási ráta értékei semmiképp nem romlanak.

Szimulációnkat állandósult állapotból indítottuk, ahonnan a gazdaság elmozdul a termékenységi és túlélési ráta változása miatt. A paraméterek szimuláció során használt értékeit a függelék A2. táblázata tartalmazza. Lee – Mason (2010)-hez hasonlóan az induló bér az állandósult állapotban az adott paraméterek és exogén változók mellett kialakult bérértékeknek felel meg. Miután a termékenységi és túlélési ráta periódusonként változni kezd, a gazdaság elmozdul ebből az állandósult állapotból,

<sup>15</sup> Emlékeztető:  $F$  – az egy lakosra jutó termékenységi ráta – a várható TFR fele,  $s$  – a túlélési ráta – pedig a statisztikailag indokolt, 60 éves korra vonatkozó túlélési ráta fele, hisz a modellben a 60 éves kort megélők 80 évesen halnak meg.

és később – mikor  $F$  és  $s$  már nem változik, egy új állandósult állapotba konvergál. Lee – Mason (2010)-hez hasonlóan tanulmányunkban az új állandósult állapot felé tartó pályára, vagyis az átmenet időszakára koncentráltunk.

Számos más szerző használta azt a modellezési technikát, hogy kibillentette a gazdaságot a stacioner állapotból, majd azt vizsgálta, hogyan alakul az új állandósult állapotba vezető pálya. Cipriani (2014) pl. egy OLG-modell állandósult állapotából kiindulva mutatta meg először exogén, később pedig endogén termékenység mellett a növekvő élettartam várható hatását. Arra volt kíváncsi, hogy mennyi nyugdíj jut majd az idős generáció tagjainak. Becker et al. (1990) szintén az endogén termékenységgel és humán tőkével bővített modellben vizsgálta az állandósult állapotot, illetve annak stabilitását. Barro – Becker (1989) modellje az állandósult állapotából kiindulva képzeletbeli sokkokat alkalmazott, és nyomon követte a modellváltozók értékeinek alakulását. Kalemli-Ozcan et al. (2000) a halálozási ráta módosulásának hatását elemezte változó, illetve konstans iskolázottság mellett, szintén állandósult állapotból kiindulva. Magyar példákat tekintve Simonovits (2009) és Varga (2014) azt vizsgálják egymáshoz sok szempontból hasonló modelljeik állandósult állapotából való kibillentésével, hogy a parametrikus nyugdíjreformok milyen hatással bírnak a nyugdíjrendszer fenntarthatóságára.

Saját modellünkben is feltettük, hogy a modellezés előtti, 0. időszakban a gazdaság stacioner állapotban volt. Ezek után periódusról periódusra változnak a termékenységi és halálozási ráták. Kérdésünk: a változások hogyan alakítják az egy főre jutó GDP nagyságát? Az 1. táblázat az 1. és 2. szimulációs számításokban használt  $s$  és  $F$  értékeket tartalmazza a vizsgált 16 periódusban, az 1. ábra pedig ezekhez az  $(s, F)$  párosokhoz tartozó egy főre jutó GDP alakulását mutatja.

Az 1. pálya menti egy főre jutó GDP-növekedés jól mutatja, hogy amennyiben a kezdetekben nagyon magas termékenységi ráta folyamatosan csökken, akár úgy, hogy a vizsgálati időintervallum végére jóval a reprodukciós szint alá kerül, akkor még magas túlélési ráta esetén is növekedhet az egy főre jutó GDP. Az 1. pályán tizenhárom perióduson keresztül folyamatosan és viszonylag nagy ütemben emelkedik a túlélési ráta, majd a végső három periódus során az előző időszakban elért magas szinten állandósul. Az egy főre jutó GDP még ebben a végső három periódusban is nő, igaz kisebb ütemben, mint korábban.

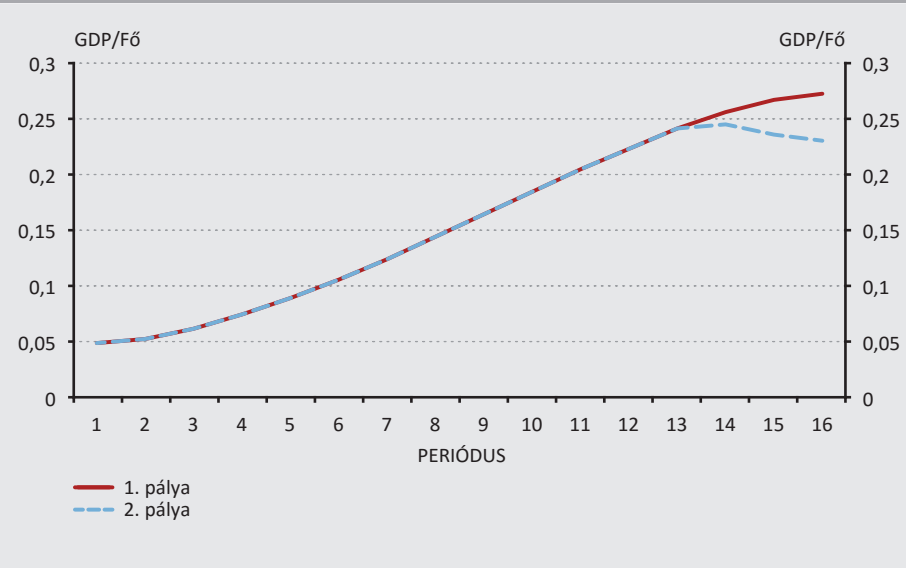
1. táblázat

Termékenységi és túlélési ráták az 1. és 2. szimulációs pályán

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1. pálya	F	3,50	3,15	2,84	2,56	2,31	2,08	1,87	1,69	1,52	1,37	1,23	1,11	1,00	0,90	0,81	0,73
	s	0,20	0,22	0,23	0,25	0,27	0,29	0,32	0,34	0,37	0,40	0,43	0,47	0,48	0,48	0,48	0,48
2. pálya	F	3,50	3,15	2,84	2,56	2,31	2,08	1,87	1,69	1,52	1,37	1,23	1,11	1,00	1,05	1,10	1,16
	s	0,20	0,22	0,23	0,25	0,27	0,29	0,32	0,34	0,37	0,40	0,43	0,47	0,48	0,48	0,48	0,48

1. ábra

Az 1. táblázatnak megfelelő 1. és 2. növekedési pálya egy főre jutó GDP-értékei



A 2. pályán is az 1. pálya túlélési rátáival végeztük el a szimulációt, és a termékenységi ráták is majdnem azonos módon alakultak (1. ábra). A termékenységi ráta az első időszakban ugyanarról a magas szintről indul, majd lecsökken a reprodukciós rátáig, akárcsak az 1. pályán. A reprodukciós rátát elérve azonban csökkenés helyett a továbbiakban minimális arányban növekszik. A termékenységi ráta növekedésével párhuzamosan az egy főre jutó GDP az eddigi növekedés helyett csökken. Ezzel modellünk azt sugallja, hogy ha kizárólag a termékenységi és halálozási (túlélési) rátákat használjuk exogén változóként, akkor a termékenységi ráta bármely alacsony szintre való folyamatos csökkenése a gazdasági növekedés szempontjából feltétel nélkül előnyös. A 3. és 4. pálya szimulációs eredményei (2. táblázat) azonban felhívják a figyelmet arra, hogy a termékenységi ráta csökkenése modellünkben is elérhet egy olyan drasztikus szintet, amikor már az egy főre jutó GDP csökkenését eredményezi.

2. táblázat

Termékenységi és túlélési ráták a 3. és a 4. szimulációs pályán

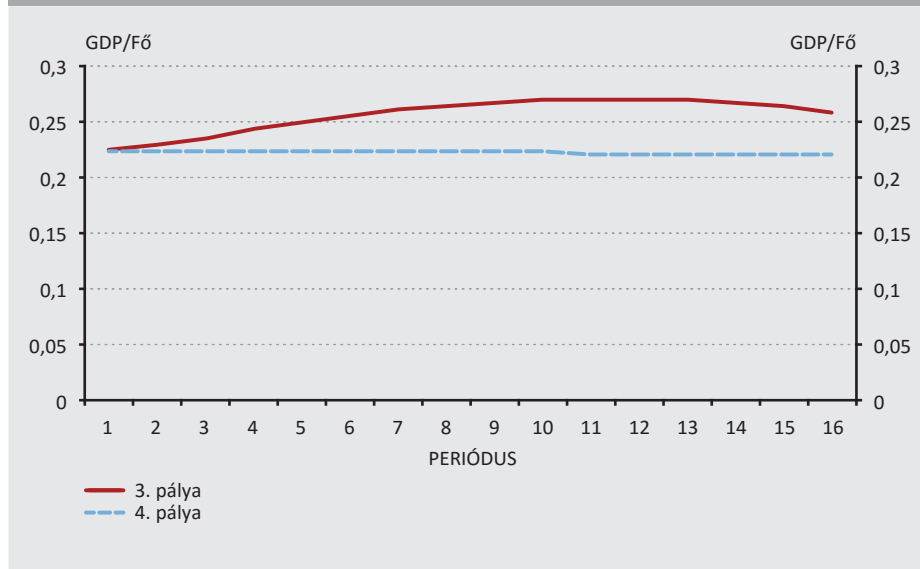
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
3. pálya	F	1,20	1,14	1,09	1,04	0,99	0,94	0,90	0,85	0,81	0,77	0,74	0,70	0,67	0,64	0,61	0,59
	s	0,40	0,41	0,41	0,42	0,42	0,43	0,44	0,44	0,45	0,45	0,46	0,47	0,47	0,48	0,49	0,49
4. pálya	F	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20
	s	0,40	0,41	0,41	0,42	0,42	0,43	0,44	0,44	0,45	0,45	0,46	0,47	0,47	0,48	0,49	0,49

Amennyiben az eleve magas túlélési ráta fokozatosan nő – szélsőséges esetként az utolsó periódusra azt feltételezve, hogy szinte az összes 60 éves megéri a nyugdíjas

kort, és így a modellben a 80 éves kort is –, a túlzottan csökkenő termékenységi ráta mellett már csökken az egy főre jutó GDP is. Ugyanilyen képzeletbeli túlélési rátát használva szimulációs számításainkhoz, de a kicsivel a reprodukciós ráta feletti konstans termékenységi rátákkal dolgozva, az egy főre eső GDP csak minimális csökkenést mutat. Ennek ellenére mégis úgy tűnik, hogy a termékenységi ráta csökkenése vagy növekedése az, ami modellünkben a leginkább befolyásolja az egy főre jutó GDP alakulását. Az 5. és 6. pályánkon végzett szimuláció is erre utal (3. ábra).

## 2. ábra

A 2. táblázatnak megfelelő 3. és 4. növekedési pálya egy főre jutó GDP értékei



Az 5. és a 6. pálya exogén termékenységi és túlélési rátáit egy sajátos szempont alapján adtuk meg. A túlélési ráták mindkét verzióban azonosak – közepes szintről indulnak, és viszonylag lassan, de határozottan növekednek –, és csak a termékenységi ráták különböznek. Az 5. pályán a reprodukciós ráta alatti értékről induló termékenységi ráták fokozatosan növekednek, egészen az utolsó időszakig, ahol kicsivel a reprodukciós szint felé kerülnek. A 6. pályán viszont a reprodukciós ráta több mint kétszereséről induló termékenységi ráták folyamatosan csökkennek. Mindezek eredményeképp az 5. és 6. pálya egy főre jutó GDP-értékei gyökeresen különböznek egymástól. Az 5. pályán folyamatosan csökkennek, a 6. pályán pedig növekednek. A 6. pályán a kezdeti érték meglehetősen alacsony, de fokozatos növekedés után az utolsó időszakban már csak elhanyagolható mértékben kisebb, mint az 5. pálya megfelelő értéke. A pályákon elért szinteket ugyan csak a saját pályabeli értékekhez érdemes hasonlítani – gondoljunk a jelen fejezet elején leírt buktatókra – de az első és utolsó időszaki GDP-értékek ellentétes alakulása jól jelzi a két pálya ellentétes dinamikáját.



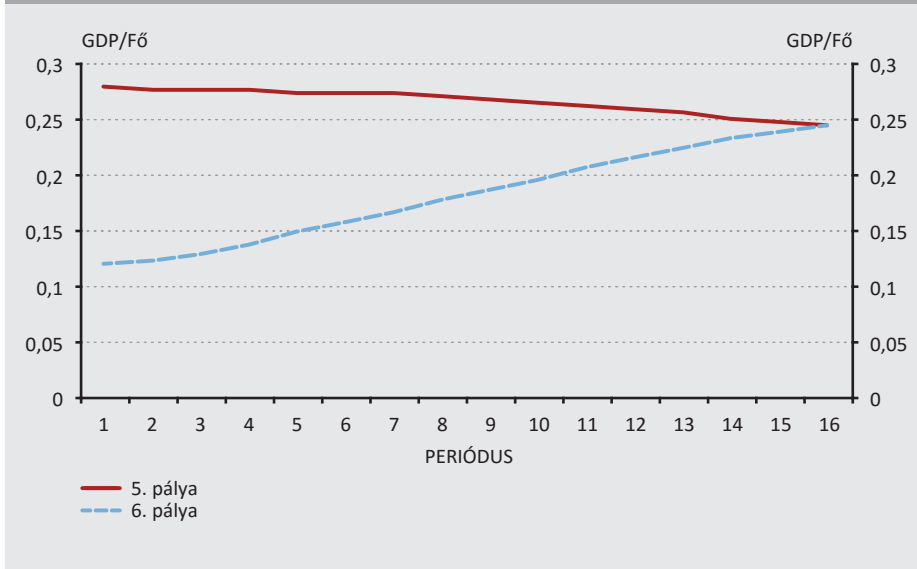
3. táblázat

Termékenységi és túlélési ráták az 5. és a 6. szimulációs pályán

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5. pálya	F	0,65	0,67	0,69	0,72	0,74	0,77	0,79	0,82	0,85	0,88	0,91	0,94	0,97	1,00	1,04	1,05
	s	0,35	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,38	0,39	0,39	0,40	0,41	0,41	0,42	0,42	0,43	0,44
6. pálya	F	2,10	2,00	1,90	1,81	1,73	1,65	1,57	1,49	1,42	1,35	1,29	1,23	1,17	1,11	1,06	1,05
	s	0,35	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,38	0,39	0,39	0,40	0,41	0,41	0,42	0,42	0,43	0,44

3. ábra

A 3. táblázatnak megfelelő 5. és 6. növekedési pálya egy főre jutó GDP-értékei



## 5. Összegzés

Tanulmányunkban összefoglaltuk, hogy a gazdasági növekedést elemző különböző jellegű modellek a kezdeti egyszerűbb megközelítések után hogyan vették figyelembe a népesség számának és összetételének változását. Jelen írásunk szempontjából a Lee – Mason (2010)-ben bemutatott egyszerű OLG-modell kulcsfontosságú szerepet töltött be. Szimulációs számításainkat ugyanis egy olyan modellel végeztük el, mely Lee – Mason (2010) modelljének továbbfejlesztett változatának tekinthető.

Szimulációs eredményeink egyértelműen bizonyították, hogy számos értékes következtetésre juthatunk akkor is, ha – Lee és Mason modelljéhez hasonlóan – csak a termékenységi rátát és a túlélési rátát tekintjük az OLG-modell pályáját meghatározó kategóriáknak. Ilyen esetekben a fizikai tőke szintje impliciten rögzítve van,

illetve a fizikai tőke esetleges hatékonyságbővülése a humántőke-beruházás hatékonyságának bővülésében materializálódik. Így ugyan az egy főre jutó termelés szintje önmagában nem ad értékelhető információt, de a szintek periódusonkénti összevetése már sok tanulsággal szolgált.

Általános tendenciaként modellünkben megfigyelhettük, hogy:

- A termékenység változása sokkal inkább befolyásolta az egy főre jutó GDP-t, mint a túlélési ráta módosulása.
- A túlélési rátának inkább jóval a reprodukciós ráta alatti termékenységi értékeknél volt komolyabb befolyásoló ereje. Amikor az egy egyénre (férfitra és nőre együtt) vonatkozó termékenységi ráta periódusról periódusra folyamatosan csökkenve már 0,6-nál is valamivel kisebb értéket vett fel, miközben a túlélési ráta egyre növekedett, akkor az egy főre jutó GDP elkezdett csökkenni. Ilyen esetekben a növekvő és 1-hez tartó túlélési ráta (ez a 60–80 év vonatkozásában modellünkben 0,5-höz konvergáló s értéket jelentett) megakadályozta az egy főre jutó GDP növekedését.
- Két olyan szimulációs számítást hasonlítva össze, ahol periódusról periódusra megegyeztek a túlélési ráták, legtöbbször a következőket tapasztaltuk: ahhoz a pályához tartoztak a növekvő, illetve a meredekebben növekvő egy főre jutó GDP-értékek, ahol a termékenységi ráták csökkentek, illetve jobban csökkentek, akár a reprodukciós szint alá. Fontos volt azonban, hogy a termékenységi ráták ilyenkor se sülyedjenek le olyan mélyre, mint amilyenről az előző bekezdésben írtunk.
- Amikor két, azonos túlélési rátákat tartalmazó modellpálya egyikén a termékenységi ráta alacsony értékről indulva időről időre nőtt, a másikon pedig magas szintről indulva csökkent, akkor az első pálya folyamatosan csökkenő, a második pedig növekvő fejenkénti termelést jelzett, még akkor is, ha az utolsó periódusban megegyeztek a termékenységi ráták. Ez a két pályaszimuláció mutatta meg a legjobban, hogy az ilyen típusú modellek „jutalmazták” a népesség csökkenését, és „büntetik” a népesség növekedését.

A fentiek alapján megfogalmazott következtetéseket óvatosan kell kezelni. Nem mondhatjuk például azt, hogy a termékenység csökkenése kedvez a gazdasági növekedésnek, mert ehhez sok más tényező együttes hatását is vizsgálni kell. Emellett ne felejtjük el, hogy ha nem teljesül a beckeri mennyiség–minőség közti csere, például a szülők kevés számú gyereküknek se biztosítanak komolyabb humántőke-beruházást, akkor máris irreális modellünk valamennyi következtetése. Modellünk szimulációs számításai alapján azonban az esetek többségében mégis valószínűsíthetjük, hogy a termékenységi rátának a reprodukciós rátánál nem sokkal alacsonyabb szintig történő fokozatos csökkenése jótékonyan hat az egy főre jutó GDP alakulására.

## Függelék

### A.1. Demográfia a növekedési modellekben

Mivel modellünk demográfiai típusú növekedési modell, érdemes összefoglalni, hogy a növekedési modellek fejlődése során milyen szerepet töltek be a demográfia változók. Ezt foglaltuk össze az alábbi A1. táblázatban.

<b>A1. táblázat</b>			
<b>A népesség szerepe a különböző növekedési modellekben</b>			
<b>A modell típusa</b>	<b>A modell alkotói</b>	<b>A népesség figyelembe vétele</b>	<b>A lakossági létszám alakulása és szerepe a növekedésben</b>
Klasszikus	Thomas Robert Malthus	A népesség nagyobb ütemben nő, mint az élelmiszerek mennyisége.	A túlzott népességnövekedés alacsonyabb jóléthez vezet.
Keynesi	Roy F. Harrod, Evsey Domar	Exogén a megtakarítási ráta, nincs fogyasztói optimalizáció.	Nem függ tőle a gazdasági növekedés.
Neoklasszikus	Robert M. Solow, Trevor W. Swan	Nincs fogyasztói optimalizáció, a népesség munkaereje és termelékenysége a gazdaság kibocsátását befolyásolja.	Az exogén népességnövekedés változása csak az egyensúlyi növekedési pálya felé tartó konvergencia időszakában hat az egy főre eső jövedelem alakulására, hosszú távon nem.
Neoklasszikus	Frank P. Ramsey, David Cass, Tjalling C. Koopmans	A háztartások saját hasznosságukat maximalizálva döntenek fogyasztási és megtakarítási pályájukról.	A rövid távú dinamika eltér a Solow–Swan-modelltől, de az egy főre eső jövedelem növekedése hosszú távon itt se függ az exogén népességnövekedéstől.
Endogén növekedés	Kenneth J. Arrow, Paul M. Romer, Robert E. Lucas, Sergio Rebelo,	A munkások termelékenységének fejlődése endogén.	Az externália alapú és a K+F-alapú modellek – bizonyos paraméterezés mellett – pozitív kapcsolatot mutatnak az exogén népességnövekedési ráta és az egy főre eső GDP növekedése között.
Együtt élő nemzedékek	Paul A. Samuelson, Peter A. Diamond, Alan J. Auerbach, Laurence J. Kotlikoff	Több generáció él egymás mellett, melyek életpálya-hasznosságukat maximalizálják.	Exogén a népességnövekedés, de a népesség összetétele változhat, és vannak generációk közötti tranzakciók.
Endogén termékenység	Gary S. Becker, Robert J. Barro	A hasznosságmaximalizáló háztartások az utódok számáról is döntenek.	A termékenység alakulása az optimális fogyasztói döntésnek megfelelően alakul.
Nemzeti transzfer-számlákon alapuló növekedési modellek	Ronald Lee, Andrew Mason	Korévekre bontott fogyasztási és jövedelmi mutatók	Az első és a második demográfiai osztalék növekedésre gyakorolt hatása függ a népesség összetételétől.

## A.2. A szimuláció során használt paraméterértékek

A2. táblázat A modell paraméterei	
Érték	Forrás
$\alpha = 0,075$	Saját számításunk az NTA (2016) adatbázis alapján <sup>1</sup>
$\gamma = 1$	Lee – Mason (2010)
$\delta = 0,33$	Mankiw et al. (1992), Lee – Mason (2010)
$\varphi = 1,128$	Saját számításunk az NTA (2016) adatbázis alapján <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Minden olyan ország értékeit – összesen 19 országot – figyelembe vettük, amelyre vonatkozóan az NTA (2016) teljes körű adatokat tartalmazott (Amerikai Egyesült Államok, Ausztria, Brazília, Costa Rica, Dél-Korea, Finnország, Fülöp-szigetek, India, Indonézia, Japán, Kenya, Magyarország, Mexikó, Nigéria, Szlovénia, Spanyolország, Svédország, Tajvan, Thaiföld). Úgy találtuk, hogy a humán tőke beruházási rátája (egy gyermekre jutó oktatási célú kiadások aránya egy 21–40 és egy 41–60 éves munkás jövedelmén belül) átlagosan 0,075.

<sup>2</sup> Itt is a teljes körű adatokkal rendelkező 19 ország adatait vettük figyelembe (NTA 2016). Azt tapasztaltuk, hogy egy 41–60 éves korosztályba tartozó munkás munkajövedelme átlagosan 12,8 százalékkal magasabb, mint egy 21–40 éves dolgozóé.

## Felhasznált irodalom

- Adelman, I. (1963): *An Econometric Analysis of Population Growth*. The American Economic Review, 53(3): 314–339.
- Auerbach, A. J. – Kotlikoff, L. J. (1987): *Dynamic fiscal policy*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Barro, R. J. – Becker, G. S. (1989): *Fertility Choice in a Model of Economic Growth*. Econometrica, 57(2): 481–501. <https://doi.org/10.2307/1912563>
- Becker, G. S. (1960): *An Economic Analysis of Fertility*. In: National Bureau of Economic Research, (Ed): *Demographic and Economic Change in Developed Countries*, pp. 209–240.
- Becker, G. S. – Lewis, H. G. (1973): *On the Interaction between the Quantity and Quality of Children*. Journal of Political Economy, 81(2): S279–S288. <https://doi.org/10.1086/260166>
- Becker, G. S. – Murphy, K. M. – Tamura, R. (1990): *Human Capital, Fertility, and Economic Growth*. Journal of Political Economy, 98(5): S12–37. <https://doi.org/10.1086/261723>
- Black, S. E. – Devereux, P. J. – Salvanes, K. G. (2005): *The More the Merrier? The Effect of Family Size and Birth Order on Children's Education*. The Quarterly Journal of Economics, 120(2): 669–700. <https://doi.org/10.1093/qje/120.2.669>
- Bloom, D. – Canning, D. – Sevilla, J. (2003): *The demographic dividend: A new perspective on the economic consequences of population change*. Rand Corporation.

- Cipriani, G. P. (2014): *Population aging and PAYG pensions in the OLG model*. Journal of Population Economics, 27(1): 251–256. <https://doi.org/10.1007/s00148-013-0465-9>
- Colleran, H. – Jasienska, G. – Nenko, I., Galbarczyk, A. – Mace, R. (2015): *Fertility decline and the changing dynamics of wealth, status and inequality*. Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences, 282(1806).
- Dang, H.-A. H. – Rogers, F. H. (2016): *The Decision to Invest in Child Quality over Quantity: Household Size and Household Investment in Education in Vietnam*. The World Bank Economic Review, 30(1): 104–142.
- Diamond, P. A. (1965): *National Debt in a Neoclassical Growth Model*. The American Economic Review, 55(5): 1126–1150.
- Easterlin, R. J. (1973): *Does Money Buy Happiness?* The Public Interest, 30: 3–10.
- Ellis, J. (2008): *Culture, fertility, and son preference*. PhD-dolgozat. The London School of Economics and Political Science (LSE).
- Freedman, D. S. (1963): *The Relation of Economic Status to Fertility*. The American Economic Review, 53(3): 414–426.
- Freedman, R. – Coombs, L. (1966a): *Childspacing and Family Economic Position*. American Sociological Review, 31(5): 631–648. <https://doi.org/10.2307/2091855>
- Freedman, R. – Coombs, L. (1966b): *Economic Considerations in Family Growth Decisions*. Population Studies, 20(2): 197–222. <https://doi.org/10.2307/2172982>
- Frejka, T. (2016): *The demographic transition revisited: a cohort perspective*. Max Planck Institute for Demographic Research, Rostock, Germany, working paper WP–2016–012.
- Gál Róbert Iván –Vanhuysse, Pieter – Vargha Lili (2016): *Pro-elderly welfare states within pro-child societies: Incorporating family cash and time into intergenerational transfers analysis*. Center for Economic Institutions, Working Paper No 2016–6.
- Galor, O. – Weil, D. N. (1999): *From Malthusian Stagnation to Modern Growth*. The American Economic Review, 89(2): 150–154. <https://doi.org/10.1257/aer.89.2.150>
- Guo, R. – Yi, J. – Zhang, J. (2017): *Family Size, Birth Order, and Tests of the Quantity–Quality Model*. Journal of Comparative Economics, 45(2): 219–224. <https://doi.org/10.1016/j.jce.2016.09.006>
- Kalemli-Ozcan, S. – Ryder, H. E. – Weil, D. N. (2000): *Mortality decline, human capital investment, and economic growth*. Journal of Development Economics, 62(1): 1–23. [https://doi.org/10.1016/S0304-3878\(00\)00073-0](https://doi.org/10.1016/S0304-3878(00)00073-0)

- Kaplan, H. (1994): *Evolutionary and Wealth Flows Theories of Fertility: Empirical Tests and New Models*. Population and Development Review, 20(4): 753–791. <https://doi.org/10.2307/2137661>
- Lawson, D. W. – Borgerhoff Mulder, M. (2016): *The Offspring Quantity–Quality Trade-off and Human Fertility Variation*. Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences, 371(1692).
- Lee, R. – Mason, A. (2010): *Fertility, Human Capital and Economic Growth over the Demographic Transition*. European Journal of Population / Revue Européenne de Démographie, 26(2): 159–182. <https://doi.org/10.1007/s10680-009-9186-x>
- Luci, A. – Thevenon, O. (2010): *Does economic development drive the fertility rebound in OECD countries?* Working paper No. hal-00520948, HAL.
- Malthus, T. (1798): *An Essay on the Principle of Population, as it Affects the Future Improvement of Society with Remarks on the Speculations of Mr. Godwin, M. Condorcet, and Other Writers*. J. Johnson in St. Paul's church-yard. London.
- Mankiw, N. G. – Romer, D. – Weil, D. N. (1992): *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*. The Quarterly Journal of Economics, 107(2): 407–437. <https://doi.org/10.2307/2118477>
- Mason, A. (2005): *Demographic transition and demographic dividends in developed and developing countries*. In United Nations expert group meeting on social and economic implications of changing population age structures, vol. 31. Mexico City.
- Mason, A. – Lee, R. – Jiang, J. X. (2016): *Demographic dividends, human capital, and saving*. The Journal of the Economics of Ageing, 7: 106–122. <https://doi.org/10.1016/j.jea.2016.02.004>
- NTA (2009): National Transfer Accounts, <http://ntaccounts.org>. Letöltés ideje: 2014. június 1.
- NTA (2016): National Transfer Accounts, <http://ntaccounts.org>. Letöltés ideje: 2016. június 10.
- Roudi-Fahimi, F. – Kent, M. M. (2007): *Challenges and Opportunities – The Population of the Middle East and North Africa*. Population Bulletin, 62(2).
- Silver, M. (1965): *Births, Marriages, and Business Cycles in the United States*. Journal of Political Economy, 73(3): 237–255. <https://doi.org/10.1086/259013>
- Simonovits András (2009): *Népességőregedés, tb-nyugdíj és megtakarítás-parametrikus nyugdíjreformok*. Közgazdasági Szemle, 56(4): 297–321.
- Smith, A. (1776): *An inquiry into the wealth of nations*. London: Strahan and Cadell.

- Sobotka, T. – Skirbekk, V. – Philipov, D. (2011): *Economic Recession and Fertility in the Developed World*. Population and Development Review, 37(2): 267–306. <https://doi.org/10.1111/j.1728-4457.2011.00411.x>
- Solow, R. M. (1956): *A Contribution to the Theory of Economic Growth*. The Quarterly Journal of Economics, 70(1): 65–94. <https://doi.org/10.2307/1884513>
- UNESCO (2016): *Education: Mean Years of Schooling*. <http://data.uis.unesco.org/Index.aspx?queryid=242>. Letöltés ideje: 2016. május 20.
- UN (2015): United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division: *World Population Prospects: The 2015 Revision*, DVD Edition.
- Van de Kaa, D. J. (2010): *Demographic transition*. Encyclopedia of Life Support Systems, 1, pp. 65–103.
- Varga Gergely (2014). *Demográfiai átmenet, gazdasági növekedés és a nyugdíjrendszer fenntarthatósága*. Közgazdasági Szemle 61(11): 1279–1318.
- Vargha Lili – Donehower, Gretchen (2016): *The Quantity-Quality Tradeoff: A Cross-Country Comparison of Market and Nonmarket Investments per Child in Relation to Fertility*. Paper presented at the European Population Conference, 1–3 September 2016, Mainz
- Willis, R. J. (1973): *A New Approach to the Economic Theory of Fertility Behavior*. Journal of Political Economy, 81(2), pp. S14–S64. <https://doi.org/10.1086/260152>